

WTC 7 -tornin romahdustarkastelu 18.11.2005

Heikki Kurttila

Symbolit:

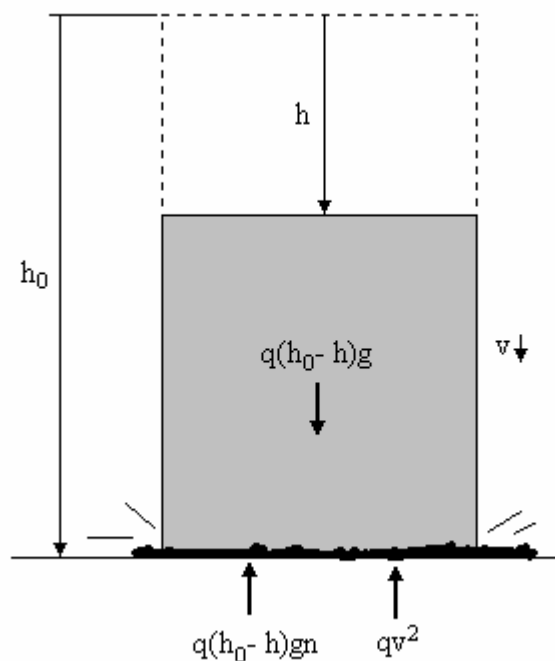
 a = Kiihtyvyys, [m/s^2] F = Kokonaisvoima, [N] F_g = Maan vetovoima, [N] F_n = Rakenteen keskimääräinen lujuusvoima, [N] F_v = Massavirrasta aiheutuva reaktiovoima, [N] g = Maan vetovoiman kiihtyvyys, $9,807 \text{ m/s}^2$ h = Tornin huipun alenema, [m] h_0 = Tornin alkuperäinen korkeus, 174 m \dot{m} = Massavirta, [kg/s] t = Aika, [s] q = Tornin massakerroin, [kg/m] v = Nopeus, [m/s]

WTC 7 – torni romahti 11.9.2001 klo 17.20, noin 7 tuntia WTC 1 ja 2 tornien romahdusten jälkeen. Romahdusmurtuma alkoi alhaalta, ja rakennus näytti vajoavan ikään kuin ehjänä maan sisään.

Tarkastellaan romahdusprosessia kuvan 1 avulla. Tornin alkuperäinen korkeus on h_0 ja huipun vajoama h . Tornin ehjän osan massa saadaan tällöin yhtälöstä:

$$m = q(h_0 - h) \quad (1)$$

missä q on tornin ominaismassa. Yksinkertaisuuden vuoksi torni oletetaan massaltaan tasalaatuiseksi. Tornin ehjän osan putoamisnopeus on v .



Kuva 1 Romahdusprosessi

Tornin ehjän osan liikemäärä saadaan yhtälöstä:

$$I = q(h_0 - h)v \quad (2)$$

Liikemäärän differentiaalisen pieni muutos dI saadaan yhtälöstä:

$$dI = q(h_0 - h)dv - qvdh \quad (3)$$

Tornin ehjään osaan kohdistuvat voimat ovat maan vetovoima F_g , rakenteen keskimääräinen lujuusvoima F_n ja massavirrasta johtuva reaktiovoima F_v . Maan vetovoima saadaan yhtälöstä:

$$F_g = q(h_0 - h)g \quad (4)$$

missä g on maan vetovoiman kiihtyvyys. Rakenteen keskimääräinen lujuusvoima saadaan yhtälöstä:

$$F_n = -q(h_0 - h)gn \quad (5)$$

missä n on rakenteen keskimääräinen lujuuskerroin. Normaalisti $n = 1$, jolloin torni pysyy paikallaan eikä romahda. Todellinen lujuus on moninkertainen, sillä torni oli suunniteltu kestävämaanjärjestyksiä ja hirmumyrskyjä. Miinusmerkki yhtälön (5) edessä tarkoittaa, että voiman vaikutus on ylöspäin.

Putoavan tornin massavirrasta johtuu alaspäin suuntautuva ja rakennuksen raunioituneeseen alaosaan kohdistuva voima, joka on yhtä suuri kuin massavirta \dot{m} kertaa nopeus v (tässä $= qv^2$). Tämä aiheuttaa ylöspäin kohdistuvan reaktiovoiman F_v , joka saadaan yhtälöstä:

$$F_v = -qv^2 \quad (6)$$

Yhtälöistä (4), (5) ja (6) saadaan yhteenlaskettuna tornin ehjään osaan kohdistuva kokonaisvoima F :

$$F = q(h_0 - h)(1 - n)g - qv^2 \quad (7)$$

Dynamiikan perusteiden mukaan: ”Voima \times aika = liikemäärän muutos”. Tässä ajalla tarkoitetaan differentiaalisen lyhyttä aikaa dt :

$$Fdt = dI \quad (8)$$

Sijoitetaan yhtälöt (3) ja (7) yhtälöön (8):

$$q(h_0 - h)(1 - n)gdt - qv^2dt = q(h_0 - h)dv - qvdh \quad (9)$$

Sievennetään ja jaetaan dt :llä:

$$(h_0 - h)(1 - n)g - v^2 = (h_0 - h)\frac{dv}{dt} - v\frac{dh}{dt} \quad (10)$$

Dynamiikan perusteista kiihtyvyys a saadaan yhtälöstä: $a = \frac{dv}{dt}$ (11)

Ja nopeus v yhtälöstä: $v = \frac{dh}{dt}$ (12)

Sijoitetaan yhtälöt (11) ja (12) yhtälöön (10) ja saadaan

$$(h_0 - h)(1 - n)g - v^2 = (h_0 - h)a - v^2 \quad (13)$$

Sieventämällä saadaan kiihtyvyys a :

$$a = (1 - n)g \quad (14)$$

Kiihtyvyys on vakio, mikä oleellisesti helpottaa tarkastelun loppuosaa. Perusdynamiikasta saadaan romahtamiseen kuuluva aika t tornin alkuperäisen korkeuden h_0 avulla:

$$t = \sqrt{\frac{2h_0}{a}} = \sqrt{\frac{2h_0}{(1-n)g}} \quad (15)$$

Tuloksia:

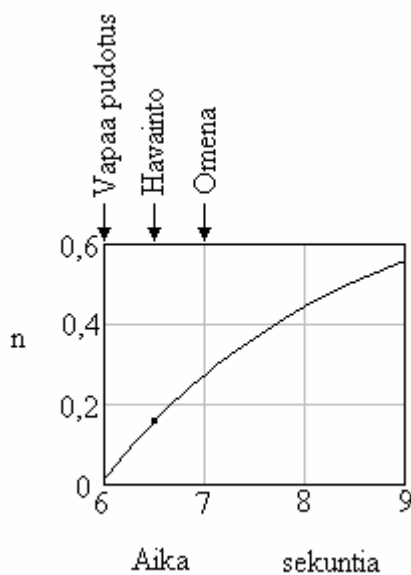
WTC 7:n korkeus: 174 m

Havaittu romahdusaika: 6.5 s

Omenan putoaminen tornin huipusta: 7,0 s

Putoaminen tyhjössä tornin huipusta: 6,0 s

Lujuuskerroin havaitulla n romahdusajalla: 0,16



Kuva 2 Tulokset graafisesti

Johtopäätökset

WTC 7 – tornin havaittu romahdusaika oli 6,5 sekuntia. Se on vain puoli sekuntia hitaampi kuin tornin huipusta tyhjässä tapahtuvalla vapaalla pudotuksella ja puoli sekuntia nopeampi kuin omenan putoamisaika otettaessa ilmanvastus huomioon. Omenan mitat ovat: halkaisija 6cm ja paino 100 g (EU-direktiivin mukainen).

Havaitulla romahdusajalla saadaan lujuuskertoimeksi $n = 0,16$, kun hyödynnetään yhtälöä (15).

Romahduksen suuri nopeus ja lujuuskertoimen pienuus viittaavat vahvasti räjäyttämällä tapahtuvaan rakennuksen purkamismenetelmään.